B12T **Übungsblatt Polynomfunktionen (1)**

Vorbemerkung: Alle folgenden Polynomfunktionen sind auf $\mathbb{R}$ definiert.

1. Bestimmen Sie Lage und Vielfachheit der Nullstellen der folgenden Funktionen:

1.1 $f\colon x \mapsto f(x) = \frac{1}{8}(x-4)^2 \cdot (x+k)$ mit $k \in \mathbb{R}$

1.2 $f\colon x \mapsto f(x) = (x^2 - x - 2) \cdot (k - x)$ mit $k \in \mathbb{R}$

2. Gegeben ist die Funktion f durch $f\colon x \mapsto f(x) = \frac{1}{9}(x^4 - 4x^3)$.

2.1 Geben Sie die Nullstellen von f an.

2.2 Untersuchen Sie den Graphen G_f von f auf Monotonie, und geben Sie die Koordinaten und die Art der Extrempunkte von G_f an.

2.3 Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten von G_f, und geben Sie die Koordinaten der Wendepunkte von G_f sowie Gleichungen für die Wendetangenten an.

2.4 Skizzieren Sie den Graphen G_f.

3. Gegeben ist die Polynomfunktion f durch $f\colon x \mapsto f(x) = \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - x - 3$ und eine Schar von Geraden g_t durch $g_t\colon y = 4{,}5x + t$ mit $t \in \mathbb{R}$.
Zeigen Sie, dass es eine Schargerade gibt, die G_f bei $x = 1$ berührt.
Welchen weiteren Punkt hat diese Gerade mit G_f gemeinsam?

Bestimmen Sie in den folgenden Aufgaben den Funktionsterm $f(x)$ so, dass f die angegebenen Bedingungen erfüllt.

4. Der Graph G_f einer ganzrationalen Funktion f vom Grad 3 verläuft durch den Ursprung und besitzt in $W(6|-2)$ einen Wendepunkt. Die zugehörige Wendetangente schließt mit der positiven x-Achse einen Winkel von 45° ein.

5. Der Graph G_f einer ganzrationalen Funktion 4. Grades berührt die x-Achse an der Stelle $x_0 = 4$. Im Ursprung hat G_f einen Wendepunkt, dessen Wendetangente die Steigung 2 besitzt.

6. Der Graph G_f einer ganzrationalen Funktion 4. Grades hat im Ursprung einen Terrassenpunkt. An der Stelle $x_0 = 3$ besitzt G_f eine waagrechte Tangente. Außerdem existiert noch eine zweite Nullstelle, an der G_f die Steigung -4 aufweist.

7. Der Graph G_f einer ganzrationalen Funktion 3. Grades hat einen Wendepunkt an der Stelle $x_0 = 1$ mit der Wendetangente $t_W\colon y - x - 3 = 0$ und schneidet die y-Achse im Punkt $S_y(0|2)$.

8. Der Graph G_f eines Polynoms 3. Grades ist punktsymmetrisch zum Ursprung und geht durch den Punkt $P(1|-2)$. Außerdem verläuft die Wendetangente im Symmetriepunkt parallel zur Kurvennormalen im Punkt $Q(\frac{1}{3}\sqrt{10}|y_Q)$.
(2 Lösungen!)

Sa