4. Logarithmus-Funktion als Umkehrung der Exponential-Funktion

Die grundlegende Definitionsgleichung des Logarithmus lautet: $\boxed{b^x = y \Leftrightarrow x = \log_b(y)}$

Vertauscht man rechts x und y, so entspricht das formal der Bildung der Umkehrfunktion.

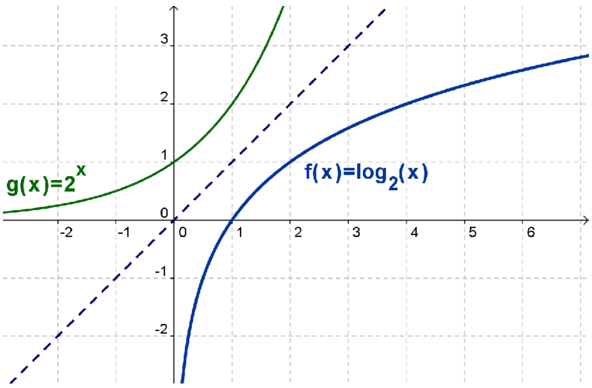
Die Funktionen mit $\mathbf{f(x) = y = \log_b(x)}$ und $\mathbf{g(x) = b^x}$ sind damit **Umkehrfunktionen** zueinander.

Die Graphen gehen auseinander durch Spiegelung an der Winkelhalbierenden des I. und III. Quadranten auseinander hervor.

Die Eigenschaften der Logarithmus-Funktion lassen sich damit auf die Eigenschaften der Exponentialfunktion zurückführen.

$b > 1$:

Typische Graphen:



Der Graph ist **sms** in ganz $\mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$.

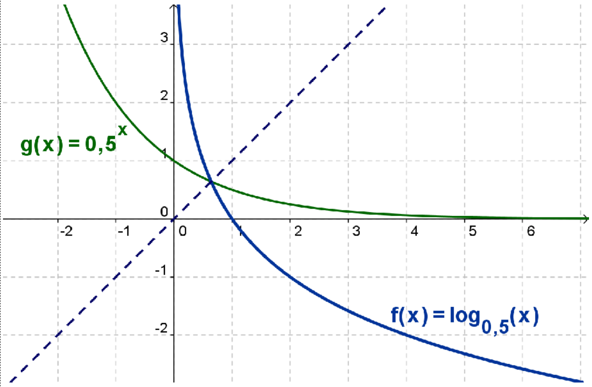
Grenzwerte:

für $x \to 0$: $f(x) \to -\infty$

für $x \to +\infty$: $f(x) \to +\infty$

$0 < b < 1$:

Typische Graphen:



Der Graph ist **smf** in ganz $\mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$.

Grenzwerte:

für $x \to 0$: $f(x) \to +\infty$

für $x \to +\infty$: $f(x) \to -\infty$

Weitere Eigenschaften :

- Die Definitionsmenge ist $\mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$.
- Alle Graphen verlaufen durch den Punkt P(1|0), weil $\log_b(1) = 0$ für alle b. P(1|0) ist gemeinsame Nullstelle aller Logarithmus-Funktionen.
- Alle Graphen besitzen die y-Achse (x = 0) als senkrechte Asymptote.
- Wegen $b^{-n} = \left(\frac{1}{b}\right)^n$ gehen die Graphen von $f(x) = 2^x$ und $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}$ durch Achsenspiegelung an der y-Achse auseinander hervor.
  Die Graphen der entsprechenden Logarithmus-Funktionen gehen damit durch Achsenspiegelung an der x-Achse auseinander hervor: $\log_{\frac{1}{b}}(x) = -\log_b(x)$