

5. Potenz-Gesetze (Teil 2: Negative Exponenten)

• Quotienten mit Potenzen gleicher Basis

Beispiel: $7^5 : 7^2 = \frac{7^5}{7^2} = 7^3 = 7^{5-2}$

Also:

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$a \in \mathbb{R}^*; n, m \in \mathbb{N}$
-----------------------------	---

Damit: $\frac{7^2}{7^5} = 7^{2-5} = 7^{-3}$ Andererseits: $\frac{7^2}{7^5} = \frac{1}{7^3}$ Also:

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	und: $a^0 = 1$
--------------------------	----------------

Aufgabe 1

Fassen Sie zusammen und schreiben Sie das Ergebnis ohne negative Exponenten:

- a) $a^3 : a^5$ b) $a^5 \cdot a^{-4}$ c) $c^{-4} \cdot c^{-5}$ d) $d^{-3} : d^{-8}$ e) $e^{-4} : (e^{-4})$
 f) $-f^{-6} : (-f^6)$ g) $-g^4 : g^{-6}$ h) $2h^8 : (3h)^{-3}$ i) $i^0 : i^{-4}$ j) $(j^{-5})^{-6}$
 k) $5x^{-2} \cdot 6x^7 : (2x^3)$ l) $(2x)^{-2} \cdot x^{-4} y^2 : y^8$ m) $-\frac{1}{5} x^3 y^2 \cdot 10y^4 \cdot (-x)$

Aufgabe 2

Fassen Sie das Ergebnis ggf. zu einen Bruch ohne negative Exponenten zusammen:

- a) $(5a)^3 \cdot a^{-5} + 3a^{-2}$ b) $2(a^{-2})^4 + 3a^{-4}$ c) $(2a^2)^4 : (2a)^4 + 2$
 d) $(2d)^{-3} \cdot (3d)^2 - d^5$ e) $(\frac{1}{2}e)^3 \cdot (-4e)^3 - e^2$ f) $(xy)^3 : (x^{-2}y)^{-4} - 2xy^{-3}$
 g) $1x^{-1} + 2x^{-2} + 3x^{-3}$ h) $x^3 y^{-1} + x^2 y^{-2} + x^1 y^{-3}$ i) $(1 + x^{-2})^{-1} : x^2$

280. Multiplizieren bzw. dividieren Sie. Geben Sie das Ergebnis mit positiven Exponenten an

- a) $3x^5 \cdot 6x^{-6}$ b) $5y^{-7} \cdot 4y^{-3}$ c) $\frac{1}{2}a^{-3} \cdot 6a^{-2}$ d) $\frac{12b^2}{4b^8}$
 e) $2a^n \cdot 3a^{-n-1}$ f) $4b \cdot 2b^{-(n+3)}$ g) $\frac{1}{3}x^{n-3} \cdot 9x^{2-n}$ h) $(-2y^{n-7}) \cdot (5y^{6-n})$
 i) $\frac{a^{-2}}{a^3}$ j) $\frac{b^{-7}}{b^{-6}}$ k) $\frac{2x^{-2} \cdot y^{-5}}{x^2 \cdot 4y^{-4}}$ l) $\frac{3x^{-2} \cdot 5y^3}{30x^{-1} \cdot y^2}$
 m) $\frac{x^{6+n}}{x^{2n+7}}$ n) $\frac{4y^{n-3}}{2y^{2n-1}}$ o) $\frac{a^{-m} \cdot b^{-n}}{a^m \cdot b^{-n}}$ p) $\frac{4a^{-2m} \cdot b^{-5n}}{a^{-3m} \cdot 12b^{-2n}}$

(Ergebnisse: $\frac{20}{y^{10}}; \frac{1}{2x^4 y}; \frac{2}{y^{n+2}}; \frac{1}{a^{2m}}; \frac{3}{a^5}; \frac{18}{x}; \frac{a^m}{3b^{3n}}; -\frac{10}{y}; \frac{3}{b^6}; \frac{y}{2x}; \frac{3}{x}; \frac{1}{a^5}; \frac{8}{b^{n+2}}; \frac{1}{b}; \frac{6}{a}; \frac{1}{x^{n+1}}$)

281. Vereinfachen Sie durch Anwenden der Potenzsätze. Schreiben Sie das Ergebnis ohne negative Exponenten.

- a) $\frac{a^{-4} \cdot b^5}{x^{-3} \cdot y^{-2}} \cdot \frac{x^{-2} \cdot y^{-1}}{a^{-3} \cdot b^6}$ b) $\frac{3x^2 \cdot y^{-5}}{5a^{-3} \cdot b^{-1}} \cdot \frac{10a^{-1} \cdot b}{6x^{-2} \cdot y^{-7}}$ c) $\frac{a^3 \cdot b^{-2}}{x^{-4} \cdot y^{-5}} : \frac{(a^{-1}b^2c^3)^{-2}}{(b^{-1}c)^3 \cdot a^4}$
 d) $\frac{(a^{-1} \cdot b^2 \cdot c^2)^{-2}}{(b^{-1}c)^3 \cdot a^4}$ e) $\frac{a^4 \cdot b^3}{(3c^2)^{-3} \cdot d^4} \cdot \frac{3^{-2} \cdot c^{-4} \cdot d^3}{(a^{-2} \cdot b)^{-1}}$ f) $\frac{10^2}{(4a)^3} : \left(\frac{2a}{5}\right)^{-2}$
 g) $\frac{(a^2 - b^2)^n}{(a - b)^n}$ h) $x^n : \left(\frac{y}{x}\right)^{-n}$ i) $\left[\frac{a^3 b^4}{c^2 d}\right]^n : \left[\frac{c}{a^2 b^3}\right]^{-n}$

(Ergebnisse: $\frac{xy}{ab}; a^2 b^2 x^4 y^2; \frac{3a^2 b^4 c^2}{d}; \frac{1}{a^2 b c^7}; \frac{a^5 c^9 x^4 y^5}{b}; y^n; \left[\frac{ab}{cd}\right]^n \frac{1}{4a}; (a+b)^n$)