4. Ableitungsregeln

Zielsetzung: Berechnung der Ableitung von Polynom-Funktionen.

4.1 $f(x) = c$ ($c \in \mathbb{R}$)

Der Graphen von f verläuft waagrecht. Damit ist die Steigung an jeder Stelle Null.

$$\boxed{f(x) = c \Rightarrow f'(x) = 0}$$

4.2 $f(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$)

Es gilt: $f(x) = x^1 \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot x^0 = 1$; $f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot x^1 = 2x$; $f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3 \cdot x^2$

Diese Reihe kann man fortsetzten und es gilt:

$$\boxed{f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}}$$

Beispiel:

$f(x) = x^{123}$: Damit ist $f'(x) = 123x^{122}$.

4.3 $f(x) = c \cdot g(x)$

Der Faktor c ($c \in \mathbb{R}$) streckt oder staucht die Graphen in y-Richtung.
Damit werden in Steigungsdreiecken auch die Werte von Δy um den Faktor c gestreckt, während Δx gleich bleibt.
Die Steigung des Graphen von f ist also c-mal so groß wie die des Graphen von g.

$$\boxed{f(x) = c \cdot g(x) \Rightarrow f'(x) = c \cdot g'(x)}$$

Beispiele:

$f(x) = ½\, x^2$ mit $g(x) = x^2$: Damit ist $f'(x) = ½\, g'(x) = ½ \cdot 2x = x$ weil $g'(x) = 2x$.

$f(x) = 5x^3$ mit $g(x) = x^3$: Damit ist $f'(x) = 5 \cdot g'(x) = 5 \cdot 3x^2 = 15x^2$ weil $g'(x) = 3x^2$.

4.4 $f(x) = g(x) + h(x)$

Die Funktionswerte von f sind die Summe aus den Funktionswerten von g und h.
In einem Steigungsdreieck ist damit auch der Wert von Δy_f die Summe von Δy_g und Δy_h.
Die Steigung des Graphen von f ist die Summe der Steigungen von g und h.

$$\boxed{f(x) = g(x) + h(x) \Rightarrow f'(x) = g'(x) + h'(x)}$$

Beispiele:

$f(x) = x^3 + x^2$ mit $g(x) = x^3$ und $h(x) = x^2$: Damit ist $f'(x) = g'(x) + h'(x) = 3x^2 + 2x$.

$f(x) = 4x^3 + 5x^2$ mit $g(x) = 4x^3$ und $h(x) = 5x^2$: Damit ist $f'(x) = g'(x) + h'(x) = 12x^2 + 10x$.